

দশম শ্রেণি

বিষয় : গণিত

দ্বিঘাত সমীকরণ

কয়েকটি আদর্শ প্রশ্ন ও উত্তর:

১. m -এর কোন মানের জন্য $(m - 3)x^2 + 7x - 9 = 0$ সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে না।

উৎ: $m - 3 = 0$ অর্থাৎ $m = 3$ হলে প্রদত্ত সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে না।

২. $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) সমীকরণের বীজদ্বয় পরম্পর অন্যোন্যক ও বিপরীত চিহ্নযুক্ত হওয়ার শর্ত নির্ণয় করো।

উৎ: $ax^2 + bx + c = 0$ এর বীজদ্বয় অন্যোন্যক ও বিপরীত চিহ্নযুক্ত হলে, বীজদ্বয়ের গুণফল হবে '-1'

$$\text{প্রদত্ত সমীকরণ থেকে পাই, বীজদ্বয়ের গুণফল} = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow c = -a \Rightarrow c + a = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত হল: } [c + a = 0]$$

৩. K -এর মান কত হলে $2x^2 + 3x + K = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে?

উৎ: আমরা জানি, $ax^2 + bx + c = 0$ এর বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে

$$\text{যদি } b^2 = 4ac \text{ হয়।}$$

$$\therefore 2x^2 + 3x + K = 0 \text{ এর বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে,}$$

$$(3)^2 = 4 \cdot 2 \cdot K \Rightarrow 9 = 8K \Rightarrow K = \frac{9}{8}$$

$$\therefore K \text{ এর নির্ণেয় মান} = \frac{9}{8}$$

৪. $5x^2 + 2x - 3 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে $\left(\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}\right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

$5x^2 + 2x - 3 = 0$ -এর বীজদ্বয় α ও β

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{2}{5} \text{ এবং } \therefore \alpha\beta = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{-2}{5}\right)^3 - 3\left(\frac{-2}{5}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)}{\frac{-3}{5}}$$

$$= \frac{-\frac{8}{125} - \frac{18}{25}}{-\frac{3}{5}} = \frac{\frac{-8 - 90}{125}}{-\frac{3}{5}} = \frac{-\frac{98}{125}}{-\frac{3}{5}}$$

$$= \left(-\frac{98}{125}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{98}{75}$$

৫. যদি একটি অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যার পাঁচগুন, তার বর্গের দ্বিগুণ অপেক্ষা 3 কম হয় তবে সংখ্যাটি নির্ণয় করো।

উৎ: ধরি, অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যাটি হলো x

$$\therefore \text{পদ্ধতি শর্তানুসারে, } 2x^2 - 3 = 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x - 3) + 1(x - 3) = 0 \Rightarrow (x - 3)(2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \text{হয়, } x - 3 = 0 \text{ অথবা } 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ অথবা } x = -\frac{1}{2}$$

যেহেতু x একটি অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা, $x = -\frac{1}{2}$ হতে পারে না,

$$\therefore x = 3$$

অর্থাৎ নির্ণেয় অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যাটি হলো 3